Probleme propuse pentru gimnaziu

Clasa a V-a

851. Un elev din clasa a II-a are parola adresei de e-mail luna lui de naştere. Care este parola ştiind că şi-a aniversat ziua de naştere de două ori?

Prof. Eleonora Vulcu, Breaza

852. Să se afle suma numerelor impare cuprinse între 5 000 şi 6 000 care se împart exact cu 7.

Prof.Daniela şi Sorin Bucur,Ploieşti

853. Determinați numerele $\overline{abc}$ pentru care $\overline{ab}+\overline{abc}=\overline{cmn}$ iar $\overline{cmn}$ este pătrat perfect.

Prof.Romanța şi Ioan Ghiță,Blaj

854. Se dau numerele naturale a,b,c,d asstfel încât $ab+ac+ad=bc+bd+b^2$ şi $b+c+d=45$. Să se stabilească valoarea numerică a sumei $a+2c+b+2d$.

Prof. Ioan Drăghicioiu, Ploieşti

855. Un călător are de parcurs cu autoturismul distanța de 1500 km în trei zile. În prima zi el străbate $\frac{1}{3}$ din distanță, a doua zi 30% din ce i-a rămas, iar a treia zi restul. Dacă în ultima zi el a plecat la ora 8^{30}, a mers două ore cu viteza de 80 km/h, a făcut o pauză de o oră şi jumătate iar restul drumului l-a făcut cu viteza de 75 km/h, la ce oră a ajuns la destinație

Prof.Mihail Focşeneanu, Ploieşti

856. Dacă un elev ar rezolva zilnic câte 6 probleme, i-ar rămâne 4 probleme nerezolvate, iar dacă ar rezolva 7 probleme pe zi, i-ar rămâne o problemă nerezolvată.

a) Câte probleme avea de rezolvat şi în câte zile?

b) Dacă pentru o problemă corect rezolvată primeşte 5 puncte, iar pentru o problemă greşit rezolvată se scad 3 puncte, aflați câte puncte a obținut, ştiind că a rezolvat corect $\frac{8}{11}$ din numărul problemelor.

Prof. Mariana şi Constantin Saraolu, Rm.Vâlcea

857. În laboratorul de biologie elevii se aşază câte doi la un microscop rămânând astfel la ultimul microscop un singur elev. La următoarea oră aceiaşi elevi se aşază câte trei la un microscop rămânând astfel 6 microscoape libere.Câte microscoape sunt în laborator?

Prof.Dan Coma, Vădăstrița, Olt

858. Alba ca Zăpada dăruieşte ficăruia dintre cei 7 pitici câte 7 cutii mari .În fiecare cutie mare se găsesc 7 cutii mijlocii iar în fiecare cutie mijlocie 7 cutii mici. În fiecare cutie mică se găsec câte 7 fesuri. Dacă un pitic poartă un fes dor o săptămână, pentru câți ani a primt fesuri fiecare pitic?

Prof. Mircia Bursuc, Roman

859. Suma a două numere naturale având fiecare câte două cifre este un alt număr natural de două cifre.Ştiind că unul dintre numere este de 8 ori mai mare decât celălalt să se arate că produsul lor este un număr de trei cifre având una dintre cifre egală cu 8.

Prof.Nicolae Scuratovschi, Constanța

860. Câte numere de patru cifre au cifra sutelor egală cu triplul cifrei unităților?

Prof.Ana Maria şi Titus Dobândă , Făget,Timiş

Clasa a VI-a

861. Fie A $\subset Q^*$ astfel încât $\{\frac{1}{2},\frac{1}{3}\}\subset A$ şi $\frac{3a+b}{a+2b}\in$ A , $\forall$ a,b$\in$A. Arătaţi că $\{\frac{9}{8},\frac{123}{86},\frac{252}{289}\}\subset$ A.

Prof.Cezar Ozunu, Daneţi, Dolj

862. Să se afle numărul $\overline{cba}$, ştiind că 3c=a-b şi 5a+10b+c=15b+abc

Prof.Magdalena Maria Georgescu,Ploieşti

863. Să se arate că numărul N=(4n+11)(11n+18)(17n+23) se divide cu 6,oricare ar fi n$\in$N.

Prof. Radu-Ilarie Lazăr,Ploieşti

864. Aflaţi numerele de forma $\overline{7056abc}$ divizibile cu 3720

Prof.Iona şi Dumitru Oprea, Dragodăneşti, Dâmboviţa

865. Se consideră punctele coliniare A,B,C,D,E în această ordine şi fie M mijlocul lui (BC) şi (AD) iar N mijlocul lui (CD) şi (BE) şi P mijlocul lui (MN).

a) Să se determine valoarea raportului $\frac{AE}{MP}$;

b) În ce condiţie C=P?

Prof. Mihai Gavriluţ, Roman

866. Împărţind numerele 638 şi 742 la acelaşi număr natural nenul se obţin resturile 8, respectiv 22. Să se determine :

a) cel mai mare număr cu această proprietate
b) toate numerele cu această proprietate

Prof. Constanţa Petre, Ploieşti

867. Fie numărul $\overline{abcd}$ divizibil cu 7.Arătaţi că numărul $\overline{dbca}$ este divizibil cu 7, dacă şi numai dacă $\overline{bc}$ este divizibil cu 7.

Prof. Gheorghe Achim şi Luminiţa Iacob,Mizil

868. Fie $\frac{\overline{abc}}{t}=\frac{\overline{xyz}}{p}$ unde t=2^{2003}-2^{2002}-2^{2001}-…-2^1-2^0 iar p este prima cifră a numărului N=$36\cdot8^{667}\cdot5^{2003}$ şi c>a.Arătaţi că a·x=y+z +b·c.

Prof.Ioana şi Gh. Crăciun, Plopeni

869. Câte numere de trei cifre se divid cu orice număr prim format dintr-o singură cifră?

Prof. Anda Marcu şi Sergiu Cristea Ploieşti

870. O piscină are lungimea de 10m, lăţimea de 60 dm iar adâncimea de 200 cm. Ea este placată cu plăci de faianţă în formă de pătrat cu latura de 20 cm.

a) Dacă în piscină sunt 108 000 litri apă, stabiliţi adâncimea acesteia;
b) Câte plăci de faianţă s-au folosit?
c) În cât timp se umple piscina dacă se folosec 2 robinete cu debitul de 15 litri/minut respectiv 900 litri/oră?

Prof.Mihail Focşeneanu, Ploieşti

Clasa a VII-a

871. Dacă a=1-2-3-4+5-6-7-8+…+1997-1998-1999-2000,să se arate că 2004-a este pătrat perfect.

Prof.Radu- Ilarie Lazar, Ploieşti

872. Trei numere direct proporţionale cu 1,3,2 se măresc cu numere de procente direct proporţionale cu 1,2,3 din numărul respectiv şi astfel suma lor este mai mare cu 22 decât suma numerelor iniţiale, iar suma numerelor mărite reprezintă 114,(6)% din suma numerelor iniţiale. Aflaţi numerele mărite.

Prof.Ion Pascaru, Ploieşti

873. Arătaţi că dacă $x,y,z \in Z^*$ astfel încât $x^2+y^2+z^2=x-y+z$ atunci xyz=xy+xz+yz.

Prof. Ioana şi Gheorghe Crăciun, Plopeni

874. Fie numărul $\overline{xyz}$ scris în baza 10, x,y,z nenule.Ştiind că x,y,z sunt respectiv direct proporţionale cu y,z,x să se demonstreze că $37 \mid \overline{xyz}$.

Prof.Magdalena -Maria Georgescu, Ploieşti

875. Aflaţi $x,y,z \in N$ astfel încât 24(3xyz+xy+3x+3z+1)=127(3yz+y+3)

Prof. Manuel-Bogdan Matei,Piteşti

876. Determinaţi numerele naturale n astfel încât $\frac{2003-n^2}{13} \in N$.

Prof. Gheorghe Achim, Mizil şi prof. M. Simionescu, Azuga

877. Se consideră triunghiul ABC cu $m(\hat{A})=90^0$,$m(\angle C)=60^0$, M simetricul lui C faţă de A, $CD \perp MB$, $D \in (MB)$.Arătaţi că $AD \parallel BC$.

Prof.Maria şi Anton Negrilă, Ploieşti

878. Să se determine toate numerele naturale n şi p astfel încât $p,p+2^n,p+2^{n+1}$şi $p+2^{n+3}$ să fie simultan numere prime.

Prof. Gh.Bumbăcea, Buşteni

879. Pătratul ABCD se suprapune peste dreptunghiul AEFD astfel încât $B \in (AE)$.Aflaţi măsura unghiului CAF ştiind că AF=AB+AD.

Prof.Ioan Pascaru, Ploieşti

880. . Măsurile unghiurilor unui triunghi sunt direct proporţionale cu numerele 0,1(6);0,5şi 0,(3).Determinaţi măsura unghiului ascuţit format de bisectoarea celui mai mic dintre unghiuri şi mediana corespunzătoare celei mai mari laturi.

Prof.Mihail Focşeneanu, Ploieşti

Clasa a VIII-a

881. Dacă a,b,c sunt laturile triunghiului ABC care satisfac relaţia $a^3+b^3+c^3=3abc$, atunci determinaţi valoarea expresiei: sin A·cosA+sinB·cosB+sinC·cosC.

Prof.Felicia Ozunu,Vulcan

882. Dacă $a, b, c \in \mathbf{R}$, să se demonstreze că :

$$(a^2 + 1)\cdot(b^2 + 1)\cdot(c^2 + 1) \geq (|a| + |b|)\cdot(|b| + |c|)\cdot(|c| + |a|)$$

Prof.dr. Dorin Mărghidanu, Corabia

883. Să se determine perechile de numere naturale (a,b) pentru care avem:
14a+15b=455

Prof.Dumitru Berbecel*

*S-a mai stins o stea pe cerul matematicii ploieştene. În ziua de 28 iunie 2003, Profesorul Dumitru Berbecel a trecut, direct de la catedră , la numai 52 de ani, în lumea infinitului. A ars continuu pentru a-i lumina pe alţii…

884. Să se arate că pentru orice n număr natural nenul avem:

$$\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}+\frac{3}{\sqrt{3+\sqrt{3}}}+...+\frac{n+1}{\sqrt{n(n+1)+\sqrt{n(n+1)}}}>n, n\in N^*$$

Prof.Niculai Solomon, Vaslui

885. În triunghiul dreptunghic ABC (m(Â)=90^0) cunoaştem BC=1 cm, m(<B)=15^0. Aflaţi lungimea medianei CM.

Prof.Cezar Ozunu,Daneţi, Dolj

886. Pe laturile triunghiului ABC, m(Â)=90^0, construim în exterior, pătratele ABMN şi ACEF. Să se arate că: AD $\perp$ BC, unde {D}=BE $\cap$ MC.

Prof. Radu-Ilarie Lazăr,Ploieşti

887. Se dă numărul S=$\frac{1}{1003}+\frac{1}{1004}+...+\frac{1}{2004}$.Arătaţi că S $\in\left(\frac{7}{12};\frac{3}{4}\right)$.

Prof. Silvia şi Ionel Brabeceanu, Plopeni

888. Demonstraţi că oricum am alege patru numere prime mai mari decât 3, vom putea găsi două a căror sumă sau a căror diferenţă să se dividă cu 18.

Prof.Ortansa Giurgiu, Ploieşti

889. Determinaţi numerele întregi nenule x şi y pentru care $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{4y}=\frac{1}{6}$, x $\neq$ 2 .

Prof.Maria şi Anton Negrilă,Ploieşti

890. Se numerotează muchiile unui cub cu numerele 1,2,3,4…,12 astfel încât suma numerelor înscrise pe laturile fiecărei feţe să fie aceeaşi.

a) Demonstraţi că această sumă este 26 şi indicaţi o astfel de numerotare.

b) Este posibilă o astfel de numerotare astfel încât suma numerelor de pe muchiile ce se întâlnesc în acelaşi vârf să fie aceeaşi?

Prof. Dragoş Moldoveanu, Sinaia

AMUZAMENTE MATEMATICE

Incendiu pe insulă

Pe o mică insulă, netedă ca în palmă si acoperită de iarbă si mărăcini uscaţi, un naufragiat se găseşte în mare pericol. La un capăt al insulei izbucnise un incendiu care se propaga încet, dar sigur, împins de o boare de vânt. Naufragiatul părea fără scăpare, fiindcă nu putea sări în apă (era plină de rechini). Ştiţi cum s-a salvat ?

Turma

– Câte oi ai, bădiţă, în turmă?

– Ia ghiceşte! Dacă le număr câte două sau câte trei, sau câte patru, sau câte cinci, sau câte şase, totdeauna îmi mai rămâne câte o oaie răzleaţă; dacă le număr câte şapte însă, nu mai rămâne nici una. Aşadar, câte oi sunt în turmă?

Fumul

Trenul electric merge de la est spre vest. Accelerând mersul, trenul face 60 km pe oră. În aceeaşi direcţie, de la est spre vest, suflă vântul, dar cu viteza de 50 km pe oră. În ce direcţie va fi dus fumul trenului?