



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„SFERA”, EDIȚIA a V-a, BĂILEȘTI
22 martie 2008

SUBIECTE CLASA a VI-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Fie numerele x, y, z raționale nenule astfel încât:

$$\frac{x}{2y+3z} = \frac{2y}{x+3z} = \frac{3z}{2y+x}. \text{ Atunci: } (x+2y+3z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{3z} \right) \text{ este:}$$

- a) 9; b) 6; c) $\frac{5}{6}$; d) 12.

2. Restul împărțirii numărului $A=2008! - 1$ la $B=200 \cdot 201$ (unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$) este:

- a) 2007; b) 40200; c) 40199; d) 1.

3. Rezultatul calculului:

$$\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2007} \text{ este:}$$

- a) $\frac{1004}{1003}$; b) $\frac{1003}{1004}$; c) $\frac{2007}{2008}$; d) $\frac{2008}{2007}$.

4. Fie $\triangle ABC$ ascuțitunghic isoscel ($AB = AC$), iar D mijlocul lui $[AB]$. Fie M punctul de intersecție dintre mediatoarea lui $[AB]$ și AC , iar $MN \parallel AB$, $N \in BC$. Dacă $AB=10$ cm, iar $BN=6$ cm, atunci perimetrul $\triangle BMN$ este:

- a) 16 cm; b) 22 cm; c) 12 cm; d) 20 cm.

5. În $\triangle ABC$ isoscel ($AB = AC$), $m(\hat{A}) = 108^\circ$, iar $m(\hat{B}) = 36^\circ$. Dacă (BE) este bisectoarea $\angle ABC$, iar $AD \perp BC$, $E \in (AC)$, $D \in (BC)$, atunci:

- a) $BE = AD$; b) $AD = 2BE$; c) $BE = 3AD$; d) $BE = 2AD$.

Probleme propuse de prof. Gabriel Tica, Băilești

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete.

1. Fie triunghiul ABC și I centrul cercului său înscris. Notăm cu M, N mijloacele laturilor AB , respectiv AC și cu Q, P , intersecțiile dreptei MN cu dreptele BI , respectiv CI .

Știind că $BC = 10$ cm și $AB + AC = 18$ cm, să se calculeze lungimea segmentului PQ .

Prof. Marius Damian, Brăila, Sfera nr. 10

2. La un magazin prețul unui calculator este 1500 lei. În urma unei promoții prețul calculatorului a fost micșorat, vânzările au crescut cu 50%, iar încasările au crescut și ele cu 25%. Care este noul preț al calculatorului?

Prof. Gabriel Tica, Băilești

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

CLASA a VI-a

Partea I

1. a); 2. c); 3. b); 4. a); 5. d);

Partea a II-a

1. Fie triunghiul ABC și I centrul cercului său înscris. Notăm cu M, N mijloacele laturilor AB , respectiv AC și cu P, Q intersecțiile dreptei MN cu dreptele BI , respectiv CI .

Știind că $BC = 10 \text{ cm}$ și $AB + AC = 18 \text{ cm}$, să se calculeze lungimea segmentului PQ .

Prof. Marius Damian, Școala "Mihu Dragomir", Brăila

Soluție:

Deoarece $[BQ$ este bisectoarea unghiului ABC , obținem

$$\angle MBQ \equiv \angle CBQ \dots\dots\dots 5p$$

și din $MN \parallel BC$ (deoarece MN este linie mijlocie în triunghiul ABC), $\dots\dots\dots 5p$

avem $\angle MQB \equiv \angle CBQ \dots\dots\dots 2p$

Atunci $\angle MBQ \equiv \angle MQB \dots\dots\dots 2p$

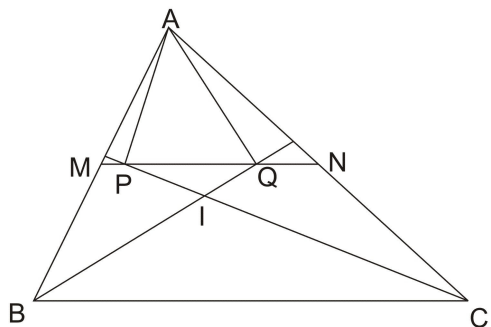
adică triunghiul MBQ este isoscel cu $MB = MQ$, deci

$$MQ = \frac{1}{2} \cdot AB \dots\dots\dots 2p$$

Analog, găsim

$$PN = \frac{1}{2} \cdot AC, \dots\dots\dots 2p$$

deci



$$PQ = MQ + PN - MN = \frac{AB + AC - BC}{2} = 4 \text{ cm} \dots\dots\dots 2p$$

2. Fie n numărul calculatoarelor vândute și $1500 n$ suma încasată $\dots\dots\dots 4p$

Dacă micșorăm prețul calculatorului, numărul calculatoarelor vândute va fi $n + \frac{50}{100} n = \frac{3n}{2}$,

$\dots\dots\dots 4p$

iar suma încasată va fi $1500n + \frac{25}{100} \cdot 1500n = 1500n + 375n = 1875n \dots\dots\dots 6p$

Dacă prețul calculatorului după reducere este p , atunci $p \cdot \frac{3n}{2} = 1875n \dots\dots\dots 4p$

Deci, $p = 1250 \dots\dots\dots 2p$