CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„SFERA”, EDIȚIA a V-a, BĂILEȘTI

22 martie 2008

SUBIECTE CLASA a VII-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect.

1) Fie numărul $a=\sqrt{5+\sqrt{24}}-\sqrt{5-\sqrt{24}}-\sqrt{8}$. Atunci a^{2008} este egal cu:

a) 1; b) -1; c) 0; d) 2^{2008}.

2) Dacă $x=\sqrt{\frac{8}{7}+\frac{9}{14}+\frac{10}{21}+\frac{11}{28}+\ldots+\frac{350}{2401}-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{343}\right)}$, atunci x este egal cu:

a) 1; b) 7; c) 2; d) 0.

3) Fie numerele $a_1, a_2, \ldots, a_{2007} \in \{-1;0;1\}$ şi $a_1+a_2+\ldots+a_{2007}=1$. Atunci $a_1^{2007}+a_2^{2007}+\ldots+a_{2007}^{2007}$ este egal cu:

a) 2007; b) -1; c) 0; d) 1.

4) Fie ΔABC cu $m(\angle B)=60°$, $AD\perp BC$, $D\in(BC)$, $AD=8\sqrt{3}$ cm. Determinați lungimea segmentului [DC] în cazul în care aria triunghiului ABC este minimă şi triunghiul ABC este dreptunghic.

a) 0 cm; b) 8 cm; c) $4\sqrt{3}$ cm; d) 4 cm.

5) Fie ΔABC dreptunghic ($m(\hat{A})=90°$), $AD\perp BC$, $D\in(BC)$. E este intersecția dintre (AD) şi bisectoarea $\angle ABC$, iar F intersecția dintre (BC) şi bisectoarea $\angle DAC$. Dacă $m(\hat{C})=30°$; atunci:

a) AC = 2EF; b) AC = 3EF; c) AC = 4EF; d) 2AC = 3EF.

Probleme propuse de prof. Gabriel Tica, Băileşti

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 şi 2 scrieți pe lucrare rezolvările complete.

1. Să se demonstreze că: $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\geq abc(a+b+c)$, $\forall a,b,c\in(0;+\infty)$.

Prof. D.M. Bătinețu-Giurgiu, Bucureşti, Sfera nr. 11

2. Să se calculeze unghiurile unui triunghi isoscel ABC, AB=AC, ştiind că între laturile lui există relația $AB^2=BC(AB+BC)$.

Prof. Ion Nicolaescu, Drăgăşani, Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

CLASA a VII-a

Partea I

1. c); **2.** b); **3. d**); **4.** a); **5.** b);

Partea a II-a

1. Este evident că: $\left(\sqrt{\frac{bc}{a}}-\sqrt{\frac{ca}{b}}\right)^2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{bc}{a}+\frac{ca}{b}-2c \geq 0 \Leftrightarrow \frac{bc}{a}+\frac{ca}{b} \geq 2c$ şi atunci

$\frac{bc}{a}+\frac{ca}{b}+\frac{ca}{b}+\frac{ab}{c}+\frac{ab}{c}+\frac{bc}{a} \geq 2(a+b+c) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow abc(a+b+c)$ cu egalităţi $\Leftrightarrow a=b=c$

2.Fie ΔABC**,** (AB=AC) prelungim BC cu $CB' = AB$, $C \in (BB') \Rightarrow BB' = AB + BC$ iar relaţia $AB^2 = BC(AB+BC)$ devine $\frac{AB}{BC} = \frac{BB'}{AB}$ şi $(A\hat{B}C) \equiv (B'\hat{B}A) \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta B'BA$, deci $AB = B'B$ şi $\hat{B}' = C\hat{A}B' = B\hat{A}C \Rightarrow A\hat{B}C = 2\,B\hat{A}C$ sau notând $B\hat{A}C = a \Rightarrow a + 2a + 2a = 180^0$ sau $a = 36^0$, deci $B\hat{A}C = 36^0$, $A\hat{B}C = A\hat{C}B = 72^0$.