



2. Fie dreapta  $AB$ ,  $O$  un punct între  $A$  și  $B$  și, de aceeași parte a dreptei, semidreptele  $[OA_1, [OA_2, \dots, [OA_n$ , în această ordine, astfel încât  $m(\angle AOA_1) = a$ ,  $m(\angle A_1OA_2) = a + 2, \dots$ ,  $m(\angle A_{n-1}OA_n) = a + 2n$ , unde  $a \in \mathbf{N}, n \in \mathbf{N}, n \geq 2$ . Determinați numărul unghiurilor și măsura fiecăruia dintre ele.

3.a) Arătați că, oricum am alege cinci numere naturale, există printre ele trei cu suma divizibilă cu 3.

b) Arătați că, oricum am alege 25 de numere naturale, există printre ele nouă cu suma divizibilă cu 9.

### CLASA A VII-A

1. a) Se consideră numerele  $1, 3 - \sqrt{2}, 3 + \sqrt{2}$  și  $5$ . După un pas, fiecare număr se înlocuiește cu media aritmetică a celorlaltor trei. Este posibil ca, după un număr de pași, să obținem numerele  $5 - 2\sqrt{2}, 3, 3 + 2\sqrt{2}$  și  $2$ ?

b) Să se arate că dacă numerele  $a, b$  și  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  sunt raționale, atunci  $\sqrt{a}$  și  $\sqrt{b}$  sunt raționale.

2. Fie  $\triangle ABC$ ,  $AB < AC$  și  $D \in (AC)$ . Fie  $AE$  bisectoarea unghiului  $\widehat{BAC}$ ,  $E \in (BD)$ ,  $F$  mijlocul lui  $[AD]$ ,  $\{O\} = AE \cap BF$ ,  $\{G\} = DO \cap AB$ . Să se arate că  $GD \parallel BC \Leftrightarrow AB = CD$ .

**Daniela Tamaș, Recreații Matematice 2/2006**

3. Ionel și Gigel au trasat cu creta pe parchet, în două colțuri diferite ale unei camere, câte un segment de dreaptă cu capetele la marginea pereților, obținând două triunghiuri dreptunghice. Dacă cele două triunghiuri au aceeași arie și același perimetru, să se arate că ele sunt congruente.

### CLASA A VIII-A

1. Să se afle valoarea fracției  $\frac{x+y}{x-y}$ , știind că  $0 < x < y$  și  $(x-y) \cdot (3x-2y) = 2xy$ .

2. Doi puști au un cornet transparent care, ca și lichidul omogen pentru înghețată conținut în el, au forme de piramide patrulatere regulate de vârf  $V$  și baze  $X_1X_2X_3X_4$ , respectiv  $A_1A_2A_3A_4$ ,  $A_i \in (VX_i), i = \overline{1,4}$ . Deoarece, din motive care nu interesează aici, nu-l pot îngheța în poziție verticală, ei înclină cornetul, fără a-l vărsa, astfel încât noua suprafață a lichidului este  $A'_1A'_2A'_3A'_4$ ,  $A'_i \in (VX_i), i = \overline{1,4}$  și  $(A_1A_2A_3) \cap (A'_1A'_2A'_3) = M_1M_2$ , unde  $M_1 \in (A_2A_3), M_2 \in (A_1A_4)$ , iar  $M_1M_2 \parallel A_1A_2$ .

a) Arătați că patrulaterul  $A'_1A'_2A'_3A'_4$  este trapez isoscel.

b) Cum vor controla cei doi puști înclinarea cornetului, înainte de a-l pune la înghețat, pentru ca, după aceea, planul  $(VM_1M_2)$  să împartă înghețata în cantități egale, știind că pot să măsoare doar ariile suprafețelor  $A_1A_2A'_2A'_1$  și  $A_3A_4A'_4A'_3$ ?

**Claudiu Ștefan Popa**

3. Se dau zece numere naturale nenule care au suma egală cu 100. Demonstrați că putem alege trei dintre numerele date care să poată fi lungimile laturilor unui triunghi.

**Adrian Zanoschi, Recreații Matematice 1/2002**