PROBLEME PROPUSE PENTRU GIMNAZIU

Clasa a V-a

1. Împărţind numărul natural a la numărul natural b obţin câtul 2006 şi restul 13.

a) Calculaţi (2007+2a)+(3a−10030b).

b) Arătaţi că $a+b \geq 24000$.

c) Aflaţi a, ştiind că $a-b < 30088$.

Nicolae Ivăşchescu, Craiova

2. Fie $S = \overline{a0b} + \overline{a0c} + \overline{b0a} + \overline{b0c} + \overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac} + \overline{bca}$. Aflaţi numerele $\overline{abc}$ astfel încât să avem S = 2396.

a) Există a, b, c astfel încât S = 2007?

b) Există a, b, c astfel încât S = 2008?

Nicolae Ivăşchescu, Craiova

3. **a)** Aflaţi numărul natural care se împarte exact la 2007 şi care, prin împărţirea la 2006 dă restul 2005 şi câtul egal cu cel de la împărţirea la 2007.

b) Determinaţi cifra x din egalitatea: $18 \cdot \left(\overline{xx} : 3 - 14 : 3\right) = 180$.

Liviu Ardelean, Sibiu

4. Se consideră mulţimile $A = \{n^2 + n + 4, n \in \mathbf{N}\}$ şi $B = \{y^4 + 2007, y \in \mathbf{N^*}\}$.

a) Să se verifice dacă $2074 \in A$, iar $2263 \in B$;

b) Să se determine $A \cap B$.

E. Blăjuţ, Bacău

5. Să se determine numărul de forma $\overline{xyz}$ ştiind că:

$$\overline{x3yz} + 8 \cdot \overline{yz} = \overline{x98} + 2209.$$

E. Blăjuţ, Bacău

6. Arătaţi că x din egalitatea următoare este pătrat perfect:

$$(1+1)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\ldots\left(1+\frac{1}{1023}\right) = \frac{65536}{x}$$

Emilian Deaconescu, Ceptura

7. Dacă numărul natural $A = x^{2006} \cdot 3^{48} + y^{2006} \cdot 2^{25}$ este divizibil cu 5, atunci numerele naturale x şi y sunt divizibile cu 5.

Nicolae Stănică, Brăila

8. Ordonaţi crescător : $\frac{321321321}{123123123}; \frac{123456789}{123456789}; \frac{12345678}{123456789}$.

Nicolae Scurtaovschi, Constanţa

9. Să se afle toate numerele naturale de forma $\overline{abab}$ astfel încât să fie divizibile cu 9.

Ana Maria Dobândă şi Titus Dobândă , Făget, Timiş

10. Să se afle numărul natural $\overline{axyz}$ ştiind că sunt îndeplinite simultan condiţiile :

a) suma cifrelor este egală cu 26 ;

b) fiecare cifra este cu 1 mai mare decât cea anterioară ;

c) a<x<y<z

Avram Maria si Cursaru Madalina, Ploieşti

Clasa a VI-a

1. Scrieţi în ordine crescătoare numerele :

$$x=\frac{(-1)^n}{n}+\frac{1+(-1)^n}{2};\ y=\frac{n+2n(-1)^n}{(-3)^n};\ z=\frac{1-(-1)^n}{(-1)^n},\ n\in N^*$$

Popescu Gherghina, Ploieşti

2. Să se determine $a,b,c,d\in N$ direct proporţionale cu 2,3,5,7 ştiind că $b+c\le 100\le a+d$

Petre Năchilă, Ploieşti

3. Să se demonstreze că există $p,n\in N^*$ astfel încât $17\cdot p=\underbrace{99...9}_{n\ ori}$.

Petre Năchilă, Ploieşti

4. Arătaţi că:

a) 19|(11a+17b) dacă şi numai dacă 19|(4a+b), a,b∈**N**;

b) $19|\overline{abc}$ dacă şi numai dacă 19|(a+2b+4c).

I Pătraşcu, Nicolae Ivăşchescu, Craiova

5. Aflaţi numărul natural $n, n\ge 2$, dacă $\frac{2n^3+4}{n^2+1}=\frac{n^2+4}{n}=\frac{n^2}{n-1}$.

Dănoiu Adriana,Popeşti – Goleşti,. Vâlcea

6. Fie triunghiul oarecare ABC, cu AB< AC. Se prelungeşte [CA] dincolo de A cu [AD] ≡ [AB], A∈(DC), apoi se prelungeşte [BA] dincolo de A cu [AE] ≡ [AC], A∈(BE). Dacă {P}= BC ∩ DE, demonstraţi că:

a) $\Delta ABC\equiv\Delta ADE$.

b) [PC] ≡ [PE].

c) [AP este bisectoarea unghiului < BAD.

Liviu Ardelean, Sibiu

7. Fie M mijlocul laturii AB a pătratului ABCD, E simetricul punctului M faţă de A şi F simetricul punctului A faţă de B. Sa se arate că triunghiul EDF este dreptunghic.

E. Blăjuţ, Bacău

8. Fie triunghiurile echilaterale congruente ABC şi DCE, astfel încât A, C, E coliniare şi B, C, D coliniare. Dacă T este mijlocul [BC] şi ET∩AB={S}, arătaţi că SB=$\frac{CD}{3}$.

Nicolae Stănică,Brăila

9. Se dă $F=\frac{\overline{xyz}+91}{\overline{xyz}-10}$. Să se calculeze x + y + z ,ştiind că F∈N.

Ioana şi Gheorghe Crăciun, Plopeni

10. Fie B∈[AC] şi D, E două puncte de o parte şi de alta a dreptei AC, astfel încât triunghiurile ABD şi BCE să fie echilaterale. Dacă perpendiculara din D pe AB taie EC în P, perpendiculara din E pe AB taie AD în F şi P, B, F coliniare, demonstraţi că AD=BC.

Nicolae Stănică, Brăila

Clasa a VII-a

1. Demonstraţi că $\sqrt{2^n+3^n}\in R-Q$. (n este număr natural)

Popescu Gherghina, Ploieşti

2. Să se rezolve în mulţimea numerelor întregi ecuaţia $x^3 - 3y = 2$.

Popescu Gherghina, Ploieşti

3. Fie triunghiul ABC în care $m(\measuredangle B) = 30^0$, $AB = 4cm, BC = 4\sqrt{3}\,cm$. Să se determine :

a) aria triunghiului ABC ;
b) raza cercului circumscris triunghiului ABC ;
c) poziţia ortocentrului.

Petre Năchilă, Ploieşti

4. Se consideră mulţimea $A = \left\{ \frac{3^n}{n+1} \middle| n \in N^*, n \le 2007 \right\}$.

a) Câte elemente are A\N?
b) Câte pătrate perfecte are mulţimea A?

Petre Năchilă, Ploieşti

5. Se dă un triunghi oarecare ABC, în care M, N sunt mijloacele laturilor [AB], respectiv [BC] şi central O al cercului circumscris triunghiului. Folosind doar o riglă negradată, construiţi perpendiculara din O pe latura [AC].

Nicolae Ivăşchescu, Craiova

6. Se consideră triunghiul isoscel ABC în care [AB] ≡ [AC] şi m(∠A) = 140°. Mediatoarea laturii AC intersectează dreapta AB în D şi fie E ∈ (BC) astfel încât m(∠CAE) = 30°. Să se demonstreze că Δ DEC este isoscel.

E. Blăjuţ, Bacău

7. Fie BE bisectoarea unghiului B din triunghiul isoscel ABC în care m(∠A) = 120° şi D mijlocul laturii BC. Perpendiculara în D pe DE intersectează latura AB în F. Să se dmonstreze că CF este bisectoarea unghiului ACB.

Eugen Blăjuţ, Bacău

8. Să se determine numărul natural care se măreşte cu 1124 atunci când îi adăugăm la sfârşit cifra 8.

Eugen Niţă, Ploieşti

9. Pe ipotenuza BC a triunghiului dreptunghic ABC se consideră punctele M şi N astfel încât $[BM] \equiv [MN] \equiv [NC]$.Să se afle lungimile medianelor triunghiului AMN precum şi lungimile laturilor acestui triunghi în funcţie de laturile a,b,c ale triunghiului ABC.

Petre Apostol, Câmpina

10. Se consideră numărul $N = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot 2007$.

a) Arătaţi că N nu este pătrat perfect.
b) Arătaţi că restul împărţirii lui N+2007 la 1331 este un pătrat perfect.

Stelian Banu, Câmpina

Clasa a VIII-a

1. Pe planul ΔABC se ridică perpendicularele BB' şi CC'. Ştiind că AB = a, BC = 2a, AC = BB' = a$\sqrt{3}$, CC' = a$\sqrt{6}$, calculaţi:

a) distanţa de la C' la dreapta AB;
b) distanţa de la B' la planul (ACC');
c) sinusul unghiului dintre CC' şi planul (ABC').

Gheorghe Florea, Sibiu

2. **a)** Rezolvaţi în mulţimea **N** ecuaţia: $x^2+xy-2y^2-x+y=6$. **b)** Determinaţi numerele naturale n∈**N** astfel încât $\sqrt{4n^2-12n+20}\in$ **N**.

Solomon Niculai, Vaslui

3. Se consideră $E(m;n)=\sqrt{7^n+2\cdot 49^m}$, unde $m,n\in\mathbb{N}$.

a) Să se arate că $E(500;1001)\in\mathbb{Q}$.

b) Să se arate că $E(2007;1000)\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$.

c) Determinaţi o pereche $(m;n)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ cu $n\le 100$ astfel încât $E(m;n)\in\mathbb{Q}$.

d) Arătaţi că există o infinitate de perechi $(m;n)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ astfel încât $E(m;n)\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$.

Romeo Zamfir, Galaţi

4. Fie a,b numere reale. $0<a<b, 5a^2-6ab+b^2=0$. Să se arate că $N=\frac{10ab}{5a^2-b^2}\in Q$.

Victor Minea, Mizil

5. Să se rezolve ecuaţia : $\sqrt{\frac{x-5}{22}}+\sqrt{\frac{x-6}{21}}+\sqrt{\frac{x-7}{20}}=\sqrt{\frac{x-22}{5}}+\sqrt{\frac{x-21}{6}}+\sqrt{\frac{x-20}{7}}$.

Petre Năchilă, Ploieşti

6. Să se determine numărul raţional a pentru care $\frac{a}{a+3}+\frac{a+1}{a+9}+\frac{a+2}{a+21}=1$.

Petre Năchilă, Ploieşti

7. Fie expresia $E(x,y)=10x^2+4y^2-12xy+2x-4y+6.$ Dacă minE=1, aflaţi numerele reale x şi y.

Felicia Ozunu, Vulcan, Hunedoara

8. Determinaţi poligonul convex care are numărul de laturi egal cu numărul de diagonale si calculaţi suma tuturor unghiurilor acestui poligon

Vasile Coman, Valenii de Munte

9. Notam cu $N^*_{2007}=\{1;2;3;\ldots 2006;2007\}$

a) Demonstrati ca oricum am scoate la intamplare din aceasta multime 2^{10} elemente, suma elementelor ramase este mai mare ca 2^{18}.

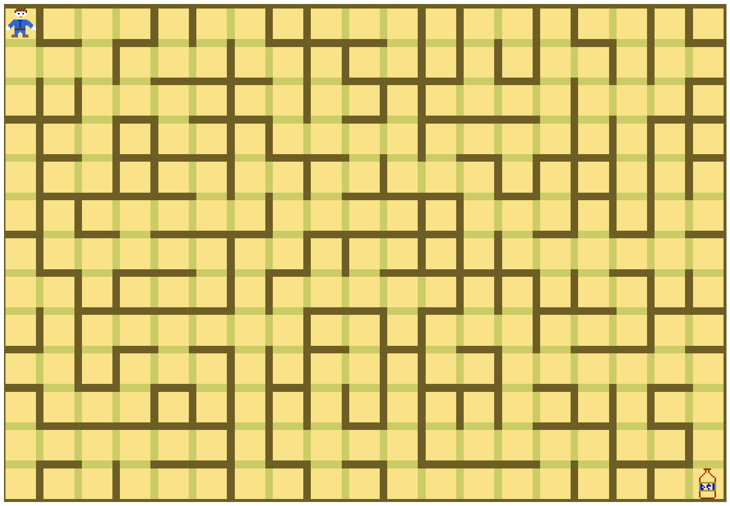
b) Precizati care este cel mai mare numar de elemente care trebuie scoase din multimea N^*_{2007} astfel incat sa fim siguri ca am scos cel putin un patrat perfect.

Vasile Coman, Valenii de Munte.

10. Fie $A=\left\{\overline{abbc}\,\middle|\,9|\ \overline{abbc},\frac{\overline{abbc}}{\overline{aaa}+1}\in N\right\}$. Să se arate că media aritmetică a elementelor mulţimii A este element al mulţimii A.

Gh. Bumbăcea, Buşteni

LABIRINT



Sudoku

Jocul de Sudoku presupune completarea careului de 81 de casute dupa O SINGURA REGULA: orice coloana si orice patrat de 3x3 trebuie sa contina o singura data fiecare cifra cuprinsa intre 1 si 9. Nu este nevoie de matematica. Sudoku este un joc logic: verificarea incrucisata a randurilor, coloanelor si careurilor mici ofera indiciile necesare pentru gasirea solutiei.

7			3	5	9		4	
	4		6	8		9	5	3
		3				7		
2			9					
8								4
					2			9
		1				5		
6	5	4		2	8		9	
	2		1	9	5			6